



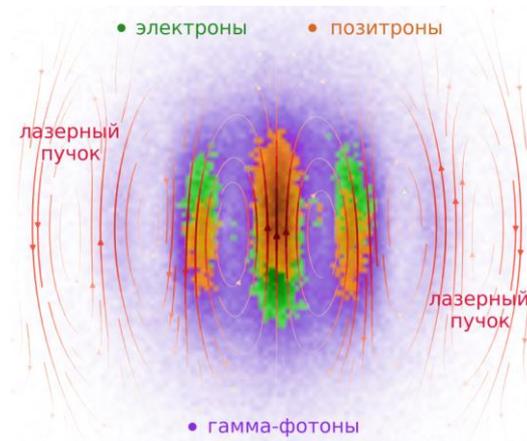
УНИВЕРСИТЕТ  
ЛОБАЧЕВСКОГО



# УСКОРЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КАСКАДОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПЛАЗМЫ МЕТОДОМ ЧАСТИЦ В ЯЧЕЙКАХ

В.Д. Волокитин, А.В. Башинов, А.А. Муравьев,  
Е.С. Ефименко, И.Б. Мееров

*Суперкомпьютерные дни в России,  
25-26 сентября 2023г.*



# ПРЕДМЕТНАЯ ОБЛАСТЬ

Рассматривается процесс моделирование плазмы методом частиц в ячейках:

Интегрирование уравнений Максвелла

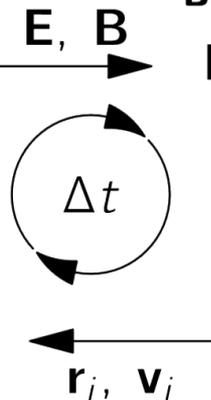
$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \partial_t \mathbf{E} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad \xrightarrow{\mathbf{E}, \mathbf{B}}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \partial_t \mathbf{B}$$

$\mathbf{J}$  ↑

Взвешивание токов

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_i q_i \mathbf{v}_i \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r})$$



Интерполяция полей и вычисление силы Лоренца

$$\mathbf{F}_i = q_i \left( \mathbf{E}(\mathbf{r}_i) + \frac{1}{c} \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) \right)$$

↓  $\mathbf{F}_i$

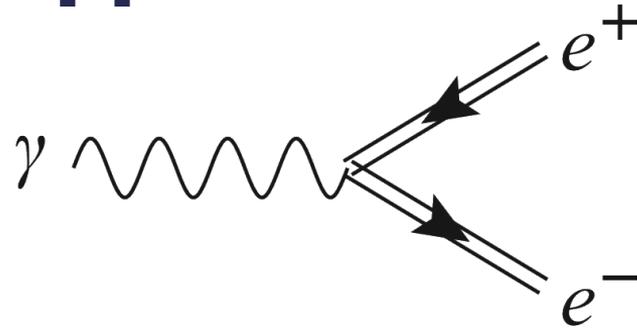
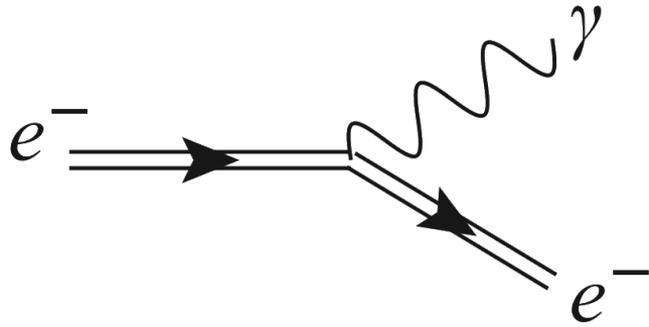
Движение частиц

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}_i = \mathbf{F}_i \quad \frac{d}{dt} \mathbf{r}_i = \mathbf{v}_i$$

$$\mathbf{v}_i = \frac{1}{m_i} \mathbf{p}_i \left( 1 + \left( \frac{p_i}{m_i c} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Во время движения частиц могут учитываться эффекты квантовой электродинамики

# УЧЕТ ЭФФЕКТОВ КЭД



Скорость излучения фотона

$$\frac{W_\gamma(\chi)}{d\varepsilon} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\alpha}{\tau_C} \frac{\chi}{\gamma} \left( \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} F_1(z) + \varepsilon F_2(z) \right)$$

Скорость распада фотона

$$\frac{W_p(\chi_\gamma)}{d\varepsilon_e} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\alpha}{\tau_C} \frac{mc^2 \chi_\gamma}{\hbar\omega} \left( (\varepsilon_e - 1) \varepsilon_e F_1(z_p) + F_2(z_p) \right)$$

- Вероятность излучения фотона или распада за время  $\Delta t$  с долей энергии для новой частицы  $\varepsilon$ :

$$P(\Delta t) = \Delta t \cdot W(\chi) / d\varepsilon$$

# СПОСОБЫ УЧЕТА ЭФФЕКТОВ КЭД

Метод оптической глубины



У частицы есть характеристика оптической глубины, которая накапливается каждый шаг



При достижении некоторого значения происходит излучение или распад

Метод адаптивного шага

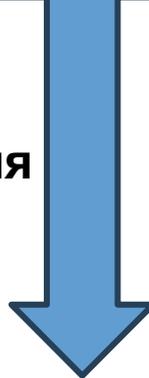


Частица двигается во времени с шагом меньшим, чем глобальный шаг



Каждый подшаг по случайному закону происходит излучение или распад

$$P(\Delta t) \ll 1$$



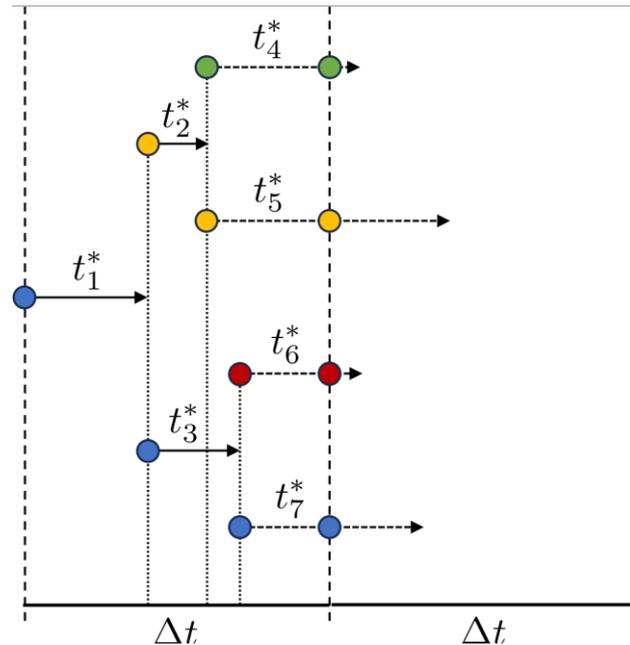
Избыточность шагов по времени и высокие вычислительные затраты

# ПРЕДЛАГАЕМЫЙ МЕТОД

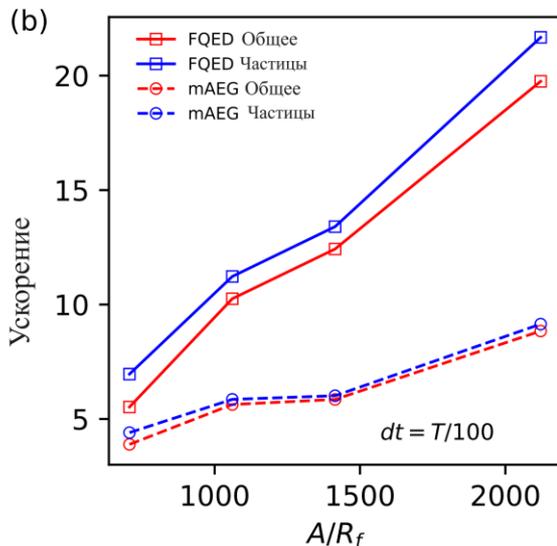
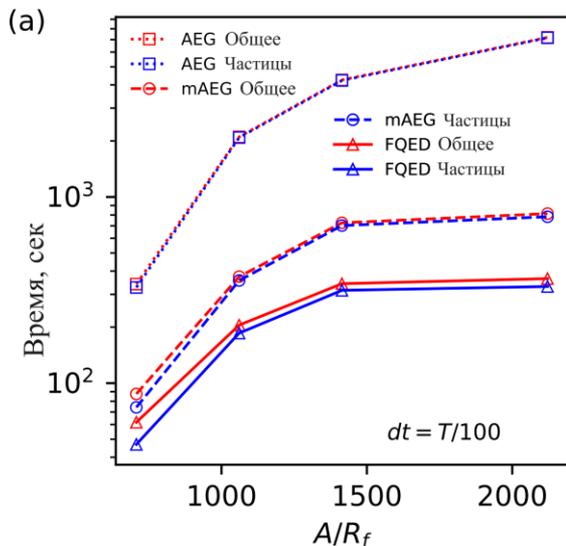
- Использовать полную скорость излучения или распада фотона:

$$W(\chi) = \int_0^1 \frac{W(\chi)}{d\varepsilon} d\varepsilon$$

- Вычисляем шаг до излучения или распада фотона:  $\Delta t' = \frac{r \sim U(0,1)}{W(\chi)}$
- Перемещаем частицу во время  $\Delta t'$  и совершаем событие
- Получается, что каждая частица делает 1 шаг по времени на событие или глобальный шаг схемы

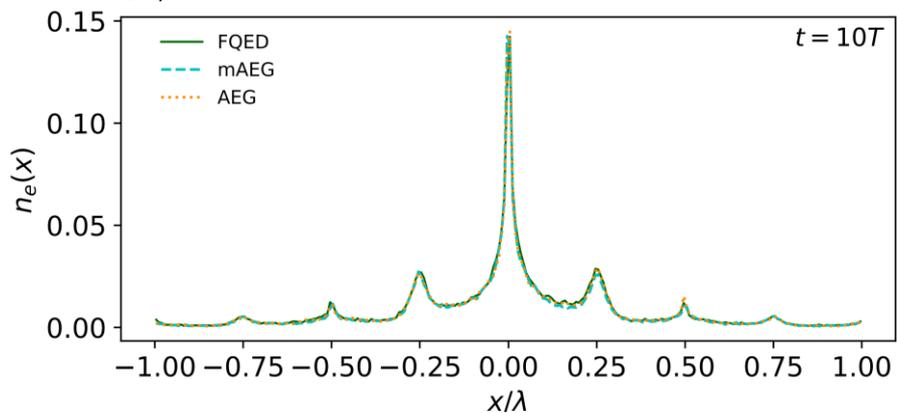


# РЕЗУЛЬТАТЫ



- Совпадение результатов
- Ускорение в 20 раз относительно метода AEG (адаптивного шага)

- Ускорение более чем в 2 раз относительно метода mAEG (улучшенная модификация AEG)



# **СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**

Препринт: <https://arxiv.org/abs/2303.00648>

