РОСНЕФТЬ

Анализ масштабируемости параллельной реализации сеточно-характеристического метода для решения задач распространения упругих волн

Саидбаталов Д.Р.[1,2], Газизов Р.К.[2,3]
[1]Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
[2]ООО «РН-БашНИПИнефть»
[3]Уфимский университет науки и технологий

Международная конференция «Суперкомпьютерные дни в России»,
г. Москва, 25–26 сентября 2023

АКТУАЛЬНОСТЬ И НОВИЗНА РАБОТЫ

РОСНЕФТЬ

Актуальность

Расчет волновых полей необходим при решении прямых и обратных задач сейсморазведки:

- **Полноволновая инверсия (FWI)**;
- **Волновое моделирование**, как самостоятельный инструмент.

В рамках данных процедур необходимо проведение крупномасштабных вычислений с высокой точностью и скоростью расчетов.

Новизна

Предложены и реализованы **параллельные алгоритмы сеточно-характеристического численного метода** с **поглощающими граничными условиями** в формулировке **идеально согласованных слоев (PML)**.

ЦЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ РАБОТЫ

Цель

Цель работы – **исследовать сильную и слабую масштабируемость** паралелльной реализации сеточно-характеристического метода для решения задач распространения упругих волн в неоднородных изотропных средах.

Задачи

- Реализовать **сеточно-характеристический численный метод** решения для системы дифференциальных уравнений, описывающих распространение упругих волн **в неоднородной изотропной сплошной среде** в трехмерной постановке;
- Разработать и реализовать алгоритм распараллеливания с использованием **технологии MPI** для систем с распределенной памятью, **технологии OpenMP** для систем с общей памятью и алгоритм с **совместным использованием технологий MPI и OpenMP**;
- Оценить **эффективность распаралелливания, слабую и сильную масштабируемость** предложенных алгоритмов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

- Моделирование сейсмических волновых полей основано на численном решении системы уравнений динамической теории упругости.
- Рассматривается **система уравнений динамической теории упругости**, записанная **в терминах скоростей и напряжений**, описывающих распространение упругих волн в сплошной неоднородной изотропной среде в трехмерном случае:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{1}{\rho}\sum_{j=1}^{3}\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} f_i = 0, \qquad i = 1,2,3,$$

- **Уравнения движения среды**

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} - \lambda \sum_{m=1}^{3}\frac{\partial u_m}{\partial x_m}\delta_{ij} - \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) = 0, \qquad i,j = 1,2,3, \mathrm{j} \geq \mathrm{i},$$

- **Реологические соотношения**

с заданными начальными условиями:

$$u_i\Big|_{t=0} = 0, \qquad i = 1,2,3,$$

$$\sigma_{ij}\Big|_{t=0} = 0, \qquad i,j = 1,2,3, \mathrm{j} \geq \mathrm{i},$$

и граничными условиями на поверхности z=0:

$$\sigma_{zz}\Big|_{z=0} = \sigma_{zx}\Big|_{z=0} = \sigma_{yz}\Big|_{z=0} = 0,$$

где $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)^T$ – вектор скоростей смещений, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений Коши, ρ – массовая плотность, λ и μ – параметры Ламе, связанные со скоростями продольной и поперечной волн по формулам:

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

Правые части в системе уравнений f_x, f_y и f_z – компоненты вектора внешних массовых сил.

РАСЩЕПЛЕНИЕ ПО ПРОСТРАНСТВУ

Матричная (недивергентная) форма записи системы:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3} A_i \frac{\partial W}{\partial x_i} = F,$$

где $W = (u_x \quad u_y \quad u_z \quad \sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx})^T$ – вектор искомых функций,

$F = \left(\frac{f_x}{\rho} \quad \frac{f_y}{\rho} \quad \frac{f_z}{\rho} \quad \mathrm{g}_{xx} \quad \mathrm{g}_{yy} \quad \mathrm{g}_{zz} \quad \mathrm{g}_{xy} \quad \mathrm{g}_{yz} \quad \mathrm{g}_{zx}\right)^T$ – источник сейсмических волн.

Расщепление по пространственным координатам:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A_1 \frac{\partial W}{\partial x} = 0, n\tau < t \leq \left(n + \frac{1}{3}\right)\tau,$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A_2 \frac{\partial W}{\partial y} = 0, \left(n + \frac{1}{3}\right)\tau < t \leq \left(n + \frac{2}{3}\right)\tau,$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A_3 \frac{\partial W}{\partial z} = 0, \left(n + \frac{2}{3}\right)\tau < t \leq (n+1)\tau,$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = F, n\tau < t \leq (n+1)\tau.$$

Расщепление Странга: меняя порядок шагов по направлениям x, y и z при вычислении, можно сохранить второй порядок аппроксимации, например, циклически в следующем порядке: xyz, yxz, zxy, xzy, yzx, zyx.

СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД

- Поскольку система уравнений гиперболического типа, то **матрицы $\mathrm{A_i}$ диагонализируемы**.
- Так как рассматривается **изотропная среда**, матрицы имеют **одинаковый набор собственных значений**.

С заменой переменных

$$S_i = \Omega_i^{-1} W,$$

где

$$\Omega_i^{-1} A_i \Omega_i = \Lambda = diag\{\lambda_k\}, i = 1,2,3,$$
$$\{\lambda_k\} = \left(-v_p, -v_s, -v_s, 0, 0, 0, v_s, v_s, v_p\right),$$

переходим **к решению в инвариантах Римана:**

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial S_1}{\partial x_1} = 0, \qquad S_1 = \Omega_1^{-1} W, \qquad n\tau < t \le \left(n + \frac{1}{3}\right)\tau,$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial S_2}{\partial x_2} = 0, \qquad S_2 = \Omega_2^{-1} W,$$
$$\left(n + \frac{1}{3}\right)\tau < t \le \left(n + \frac{2}{3}\right)\tau,$$

$$\frac{\partial S_3}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial S_3}{\partial x_3} = 0, \qquad S_3 = \Omega_3^{-1} W,$$
$$\left(n + \frac{2}{3}\right)\tau < t \le (n+1)\tau.$$

Для модельного **уравнения переноса**

$$u_t + \lambda u_x = 0, \lambda = const > 0,$$

строится **однопараметрическое семейство** разностных схем второго-третьего порядка аппроксимации:

$$u_m^{n+1} = u_m^n + \frac{\sigma}{2}(\Delta_0 + \Delta_1) + \frac{\sigma^2}{2}(\Delta_0 - \Delta_1) + \alpha^0(\Delta_{-1} - 2\Delta_0 + \Delta_1),$$

где $\Delta_1 = u_m^n - u_{m+1}^n$, $\Delta_0 = u_{m-1}^n - u_m^n$ и $\Delta_{-1} = u_{m-2}^n - u_{m-1}^n$.

Параметр α^0 выбирается из следующего **условия монотонности**:

$$0 \le w = \frac{\sigma(1+\delta_1)}{2} + \frac{\sigma^2(1-\delta_1)}{2} + \alpha^0(\delta_{-1} - 2 + \delta_1) \le 1,$$

где $\delta_{-1} = \Delta_1/\Delta_0$, $\delta_1 = \Delta_1/\Delta_0$, $\Delta_0 \ne 0$, $\sigma = \lambda\tau/h < 1$. Случай $\Delta_0 = 0$ приводит к тривиальному решению $u_m^{n+1} = u_m^n = u_{m-1}^n$.

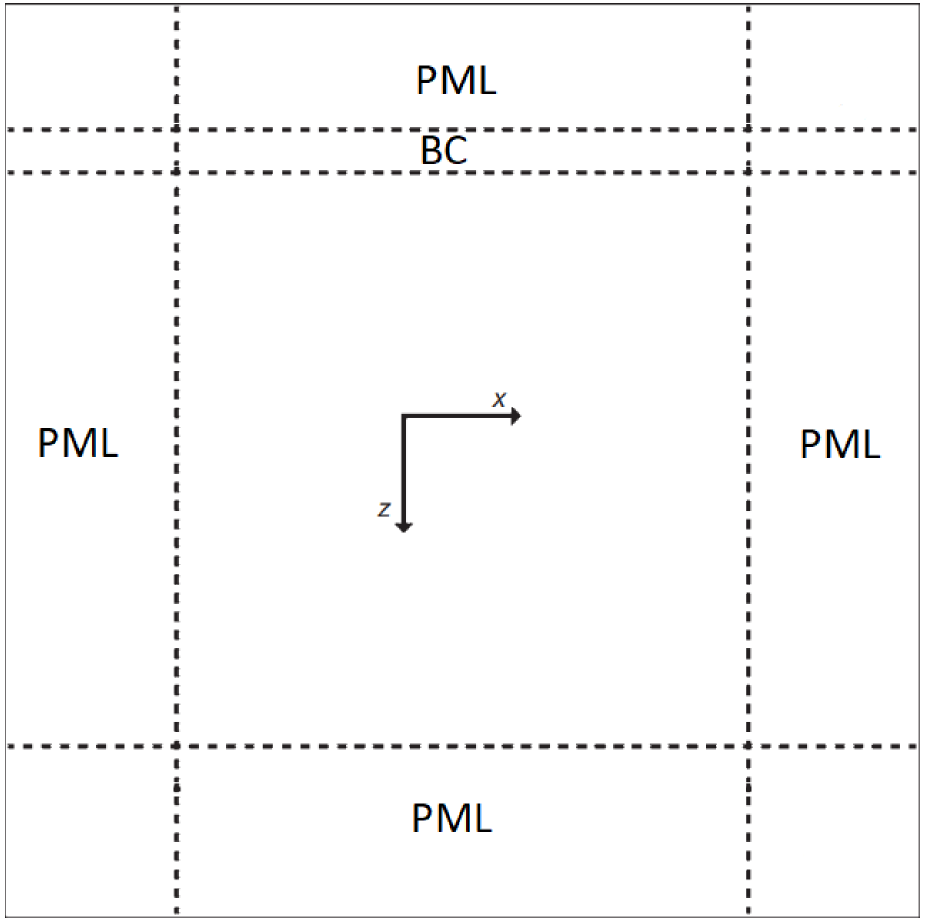
- $\alpha^0 = 0$ – схема Лакса-Вендорффа
- $\alpha^0 = \sigma(\sigma - 1)/2$ – схема Бима-Уорминга
- $\alpha^0 = \sigma(\sigma^2 - 1)/6$ – схема третьего порядка аппроксимации – схема Русанова.

ПОГЛОЩАЮЩИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

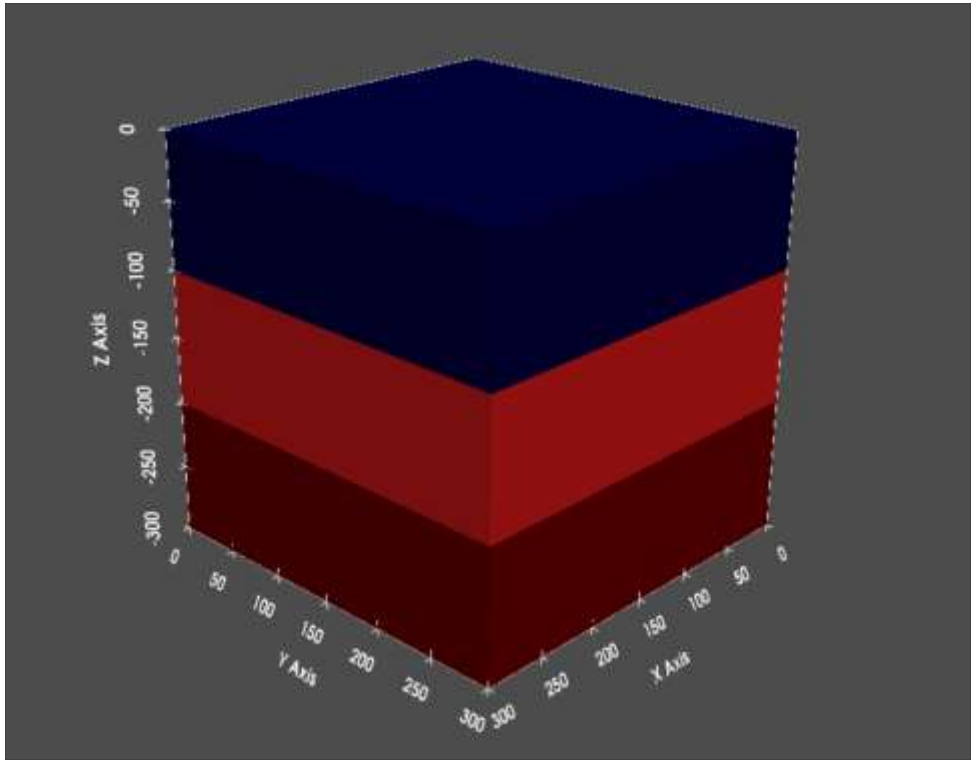
Для задания неотражающих граничных условий в данной работе используется **PML (Perfectly Matched Layers)** – область, в которой происходит затухание волновых возмущений.
Система уравнений динамической теории упругости в инвариантах Римана для PML-области:

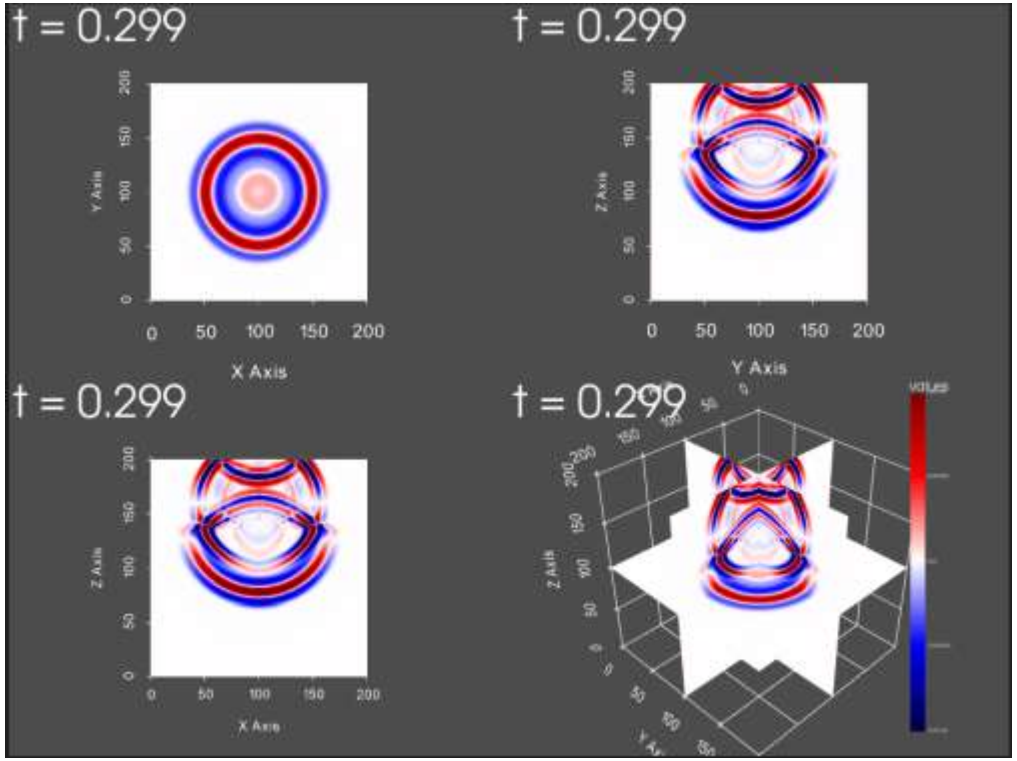
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + d(x_1)\right) S_1 + \Lambda \frac{\partial S_1}{\partial x_1} = 0,$$
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + d(x_2)\right) S_2 + \Lambda \frac{\partial S_2}{\partial x_2} = 0,$$
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + d(x_3)\right) S_3 + \Lambda \frac{\partial S_3}{\partial x_3} = 0,$$

где d(s) – демпфирующая функция, $d(s) = \frac{2c_p}{L} \log\left(\frac{1}{R}\right)\left(\frac{s}{L}\right)^4$, L – длина PML – области, R – коэффициент затухания.



ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ





СЛОЙ	v_p	v_s	ρ
1	6,4	3,64	5,4
2	11,8	6,84	5,7
3	13,9	8,06	5,62

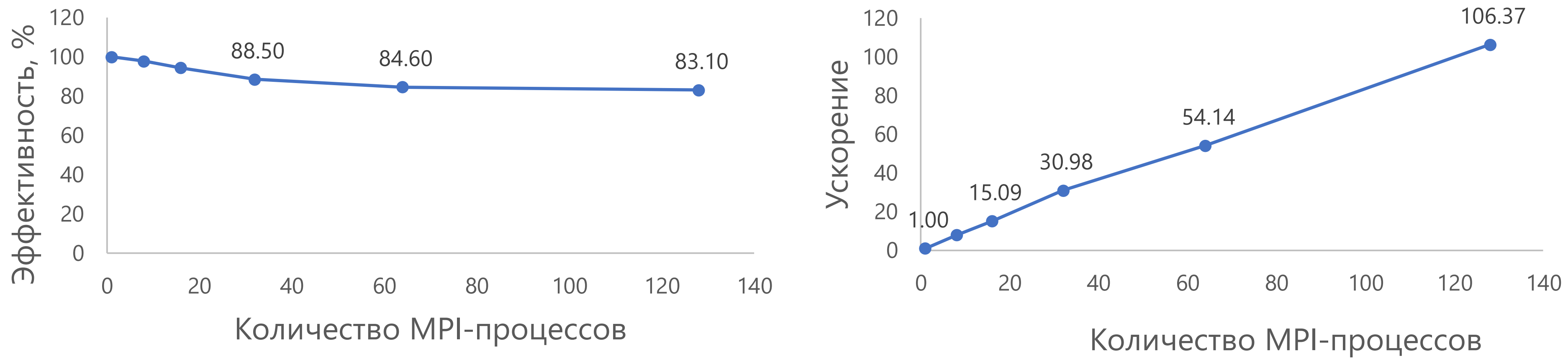
Волновое поле в момент времени t=0.299 - компонента скорости u_z

- В качестве источника сейсмических волн используется точечный **импульс Рикера с частотой 30 Гц**, действующий на главные компоненты тензора напряжений Коши.

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

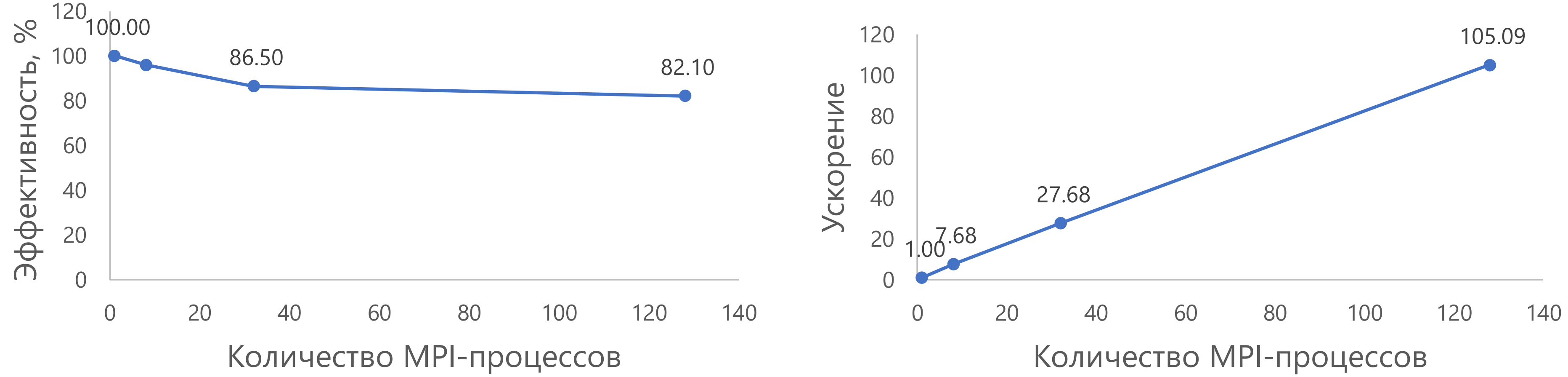
- Три реализации: параллельный **алгоритм с использованием технологии OpenMP** для систем с общей памятью; параллельный **алгоритм с использованием технологии MPI** для систем с распределенной памятью; параллельный **алгоритм с совместным использованием технологий MPI и OpenMP**.
- Программная реализация скомпилирована при помощи компилятора Intel ICPC в единый исполняемый файл.
- При разработке использовались только стандартные библиотеки **C/C++**, что дает возможность компиляции модуля в **ОС Linux** и **MS Windows** любым компилятором, поддерживаемым **стандарт языка C++17+, стандарт OpenMP 3.0**+ и **стандарт MPI 2.0+**.
- Модуль не имеет графического пользовательского интерфейса, все требуемые параметры передаются модулю через текстовый файл, имеющий строго заданную структуру.
- Расчеты производились на кластере ССКЦ НКС-1П на вычислительных узлах, оснащенных двумя 16 ядерными процессорами Intel Xeon E5-2697v4 2.6 GHz с 32 потоками в режиме гиперпоточности. Пиковая производительность составляет 182 ТФлопс.
- Профилирование реализованных алгоритмов проводилось с использованием двух инструментов - **Intel Trace Analyzer and Collector (ITAC)**;
- Значения эффективности ускорения паралельных реализаций были получены при помощи инструмента **Intel VTune Profiler**.

РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ MPI



Эффективность (слева) и сильная масштабируемость (справа) параллельной реализации в среде MPI

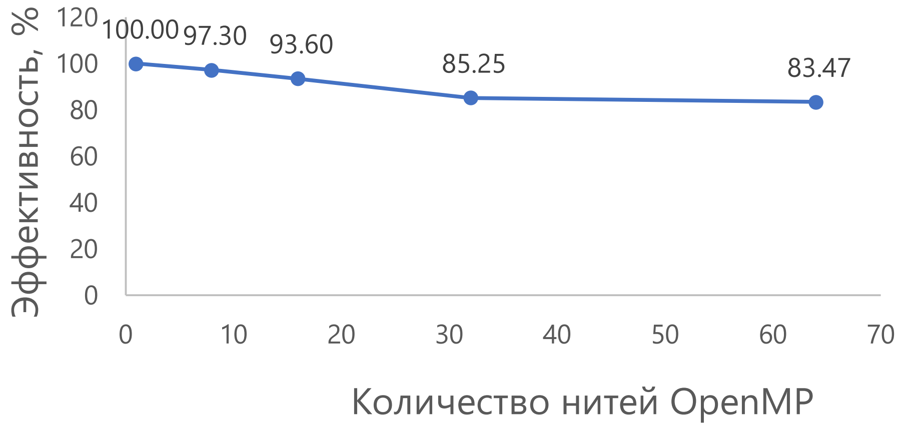
- **300^3 узлов.**
- **~ 1000 шагов по времени.**
- **Толщина PML 10 узлов.**

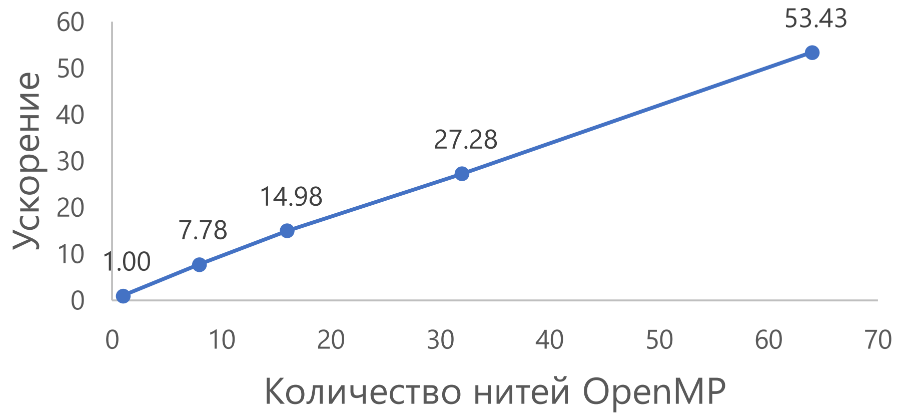


Эффективность (слева) и слабая масштабируемость (справа) параллельной реализации в среде MPI

- **~ 216 тыс. узлов на один MPI процесс.**

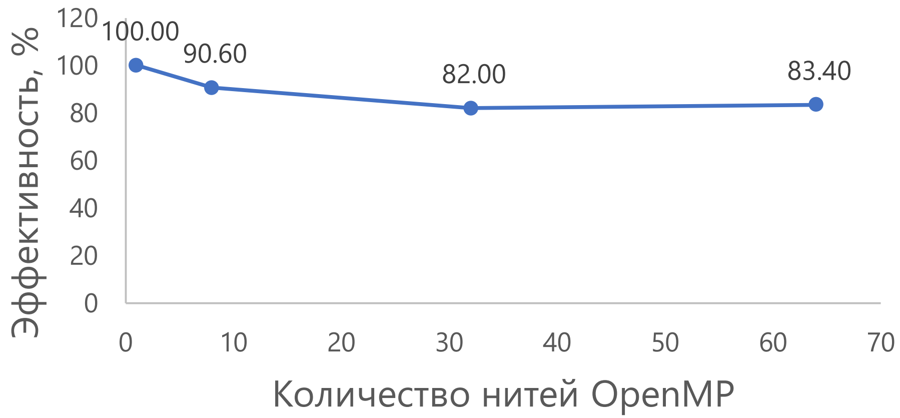
РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ OPENMP

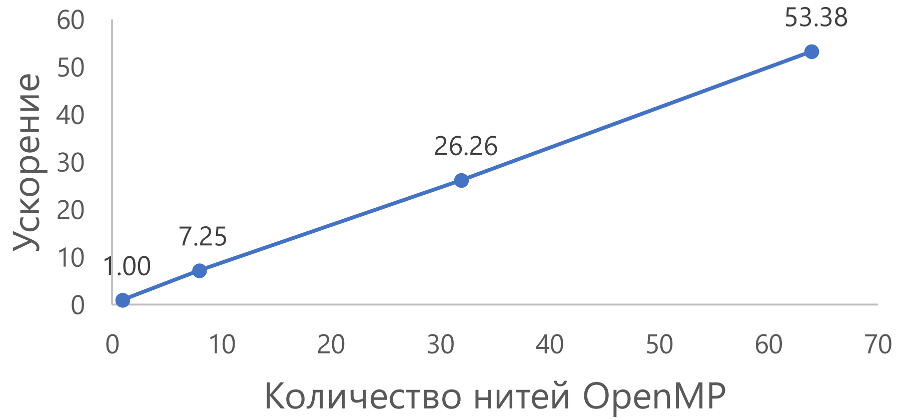




- **240^3 узлов.**
- **~ 1000 шагов по времени.**
- **Толщина PML 10 узлов.**

Эффективность (слева) и сильная масштабируемость (справа) параллельной реализации для систем с общей памятью



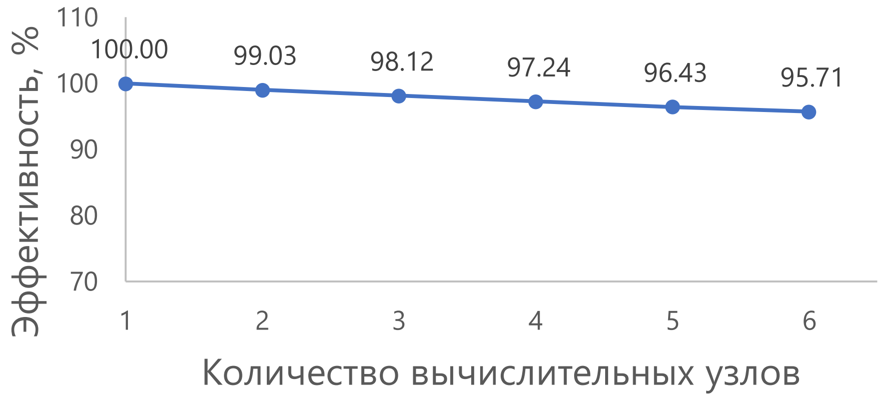


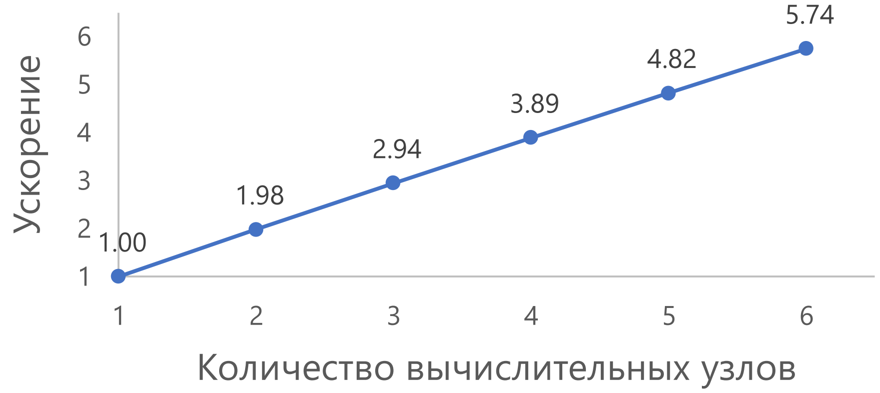
- **~ 216 тыс. узлов на один OpenMP-поток.**

Эффективность (слева) и слабая масштабируемость (справа) параллельной реализации для систем с общей памятью

РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ MPI+OPENMP

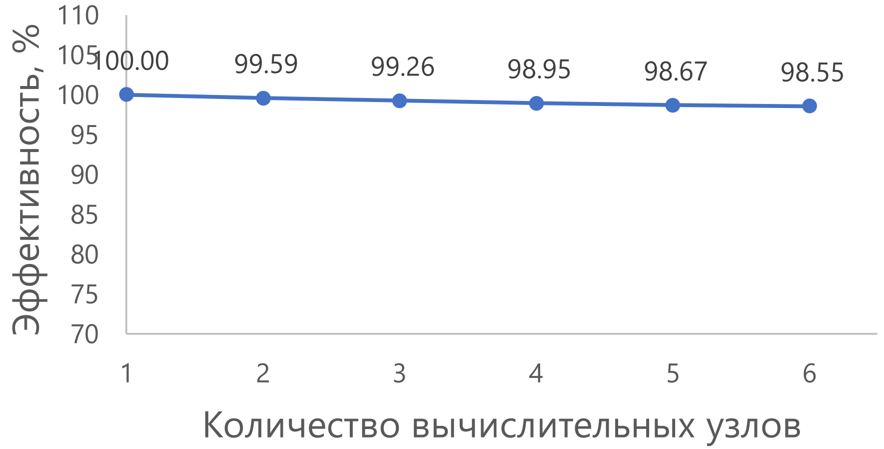
РОСНЕФТЬ

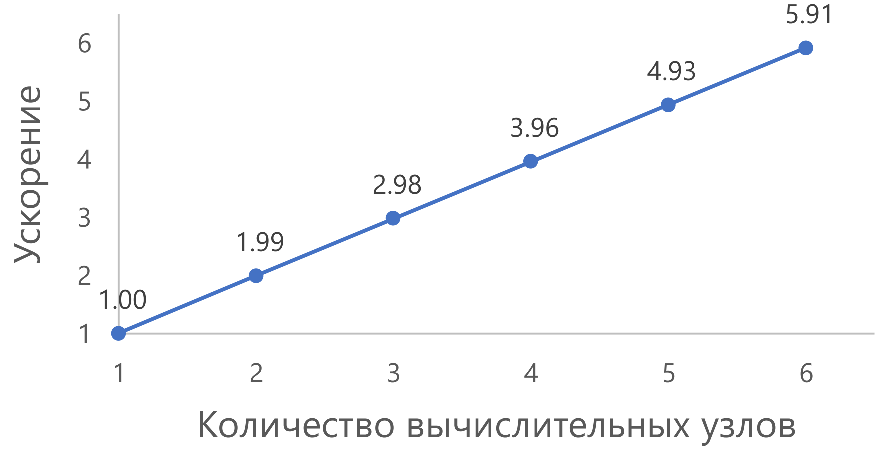




- **220^3 узлов.**
- **~ 1000 шагов по времени.**
- **Толщина PML 10 узлов.**

Эффективность (слева) и сильная масштабируемость (справа) параллельной реализации для систем с распределенной паматью

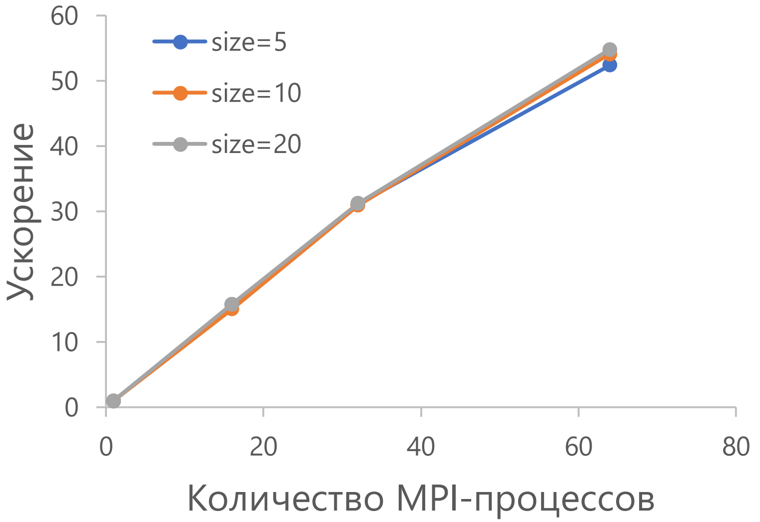




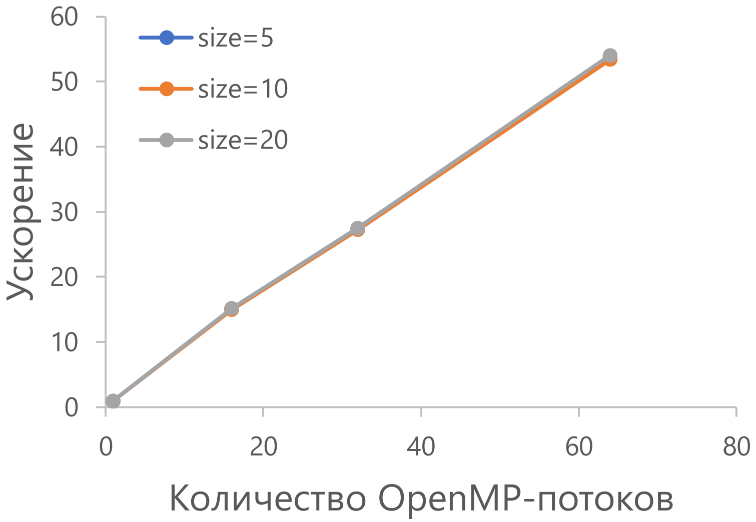
- **~ 10,65 млн. узлов на один вычислительный узел.**

Эффективность (слева) и слабая масштабируемость (справа) параллельной реализации для систем с распределенной паматью

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ PML-ОБЛАСТИ



Зависимость ускорения параллельной реализации для систем с **распределенной памятью** от толщины PML-области



Зависимость ускорения параллельной реализации для систем с **общей памятью** от толщины PML-области

- **200^3 узлов без учета PML.**
- **~ 1000 шагов по времени.**

ЗАКЛЮЧЕНИЕ/ВЫВОДЫ

- **Реализованы** три алгоритма распараллеливания с использованием **технологии MPI** для систем с распределенной памятью, **технологии OpenMP** для систем с общей памятью и алгоритм с **совместным использованием технологий MPI и OpenMP**;

- Приведены графики **эффективности распараллеливания, слабой** и **сильной масштабируемости** реализованных алгоритмов;

- Для предложенных алгоритмов получена **эффективность распараллеливания 84%** на одном вычислительном узле **относительно времени работы последовательной версии программы**.

- Достигнута **эффективность распараллеливания 98%**, при масштабировании параллельного гибридного алгоритма **до 6 двухпроцессорных вычислительных узлов**.

- Для предложенных алгоритмов **показана слабая зависимость ускорения** от **количества узлов** в PML-области.

РОСНЕФТЬ

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

РОСНЕФТЬ

ООО «РН-БашНИПИнефть»

По всем возникающим вопросам просьба обращаться к

Саидбаталову Дмитрию Руслановичу

по адресу электронной почты: **DRSaidbatalov@bnipi.rosneft.ru**